Aplicar razonamiento semántico para determinar si la siguiente fórmula es válida, contradictoria o contingente, indicando la(s) interpretación(es) que lo demuestran:

$$(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)$$

Podemos hacer la comprobación utilizando interpretaciones o tablas de verdad. Lo hacemos de las 2 formas:

Interpretaciones:

Buscamos un contramodelo de la formula, es decir una interpretación que haga que la fórmula sea falsa:

$i((r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)) = F$ sii

$i((r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)) = V$ y $i(r \rightarrow q)) = F$ sii

$i(r \rightarrow p) = V$ y $i(p \rightarrow q) = V$ y $i(r \rightarrow q)) = F$

$i(r \rightarrow p) = V$ sii $i(r) = F$ o bien $i(r) = V$ y $i(p) = V$ (1)

y $i(p \rightarrow q) = V$ sii $i(p) = F$ o bien $i(p) = V$ y $i(q) = V$ (2)

y $i(r \rightarrow q) = F$ sii $i(r) = V$ y $i(q) = F$ (3)

Podemos apreciar que no es posible encontrar contramodelo, ya que i(r) deber ser verdadero y i(q) debe ser falso si atendemos a la condición 3. Sin embargo esto es incompatible con las condiciones que deben cumplirse simultaneamente en 1 y 2 para cualquiera de las posibles combinaciones. Por tanto, dado que para toda interpretación la formula nunca puede tomar el valor falso, es una fórmula **Válida**

Tablas de Verdad:

p	q	r	$(r \rightarrow p)$	$(p \rightarrow q)$	$(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$	$(r \rightarrow q)$	$(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)$
F	F	F	V	V	V	V	**V**
F	F	V	F	V	F	F	**V**
F	V	F	V	V	V	V	**V**
F	V	V	F	V	F	V	**V**
V	F	F	V	F	F	V	**V**
V	F	V	V	F	F	F	**V**
V	V	F	V	V	V	V	**V**
V	V	V	V	V	V	V	**V**

Fórmula **Válida**. La fórmula solamente puede tomar valores Verdaderos. La fórmula se hace verdadera para toda interpretación.

Para cada una de las siguientes fórmulas indicar si es válida, contingente o insatisfacible:

a. $(p \to q) \vee (q \to p)$
b. $p \wedge (p \to \neg q) \wedge q$
c. $(p \to (q \wedge r)) \leftrightarrow (p \to q) \wedge (p \to r)$
d. $(p \to (q \to r)) \to ((p \wedge q) \to r)$
e. $(p \to q) \wedge (p \to \neg q)$
f. $(\neg p \vee \neg q) \to \neg(p \wedge q)$
g. $((\neg p \to q) \to (\neg q \to p)) \wedge (p \vee q)$
h. $((\neg p \vee q) \to (q \wedge (p \leftrightarrow q))$
i. $((\neg r \to \neg p \wedge \neg q) \vee s) \leftrightarrow (p \vee q \to r \vee s)$
j. $(p \wedge (q \to r)) \leftrightarrow ((\neg p \vee q) \to (p \wedge r))$

---

a) $A = (p \to q) \vee (q \to p)$

¿ ∃xiste i tal que $i(A) = F$?

$$i(A) = F \quad \text{sii} \quad \begin{array}{c} p \to q \ \text{ es F} \\ \text{y} \\ q \to p \ \text{ es F} \end{array} \quad \text{sii} \quad \begin{array}{c} i(p)=V \text{ y } i(q)=F \\ \text{y} \\ i(q)=V \text{ y } i(p)=F \end{array}$$

$\Rightarrow$ no ∃xiste $i \mid i(A) = F$ $\Rightarrow$ válida (tautología)

b) $p \wedge (p \to \neg q) \wedge q$

¿ ∃xiste i tal que $i(A) = V$?

$$i(A) = V \quad \text{sii} \quad \begin{array}{c} i(p) = i(q) = V \\ \text{y} \\ i(p \to \neg q) = V \end{array} \qquad \text{no es posible : } \ \underset{V}{p} \to \underset{F}{\neg q} \ \text{ es F}$$

$\Rightarrow$ no ∃xiste $i \mid i(A) = V$ $\Rightarrow$ insatisfacible (contradicción)

c) $\underbrace{p \to (q \wedge r)}_{A} \leftrightarrow \underbrace{(p \to q) \wedge (p \to r)}_{B}$

*) analizando el significado de las fórmulas A y B se ve que es tautología: A y B son equivalentes:

Si p implica q y r entonces p implica q y p implica r y viceversa

*) $i(p) = F \quad \to \quad i(A) = V$

$$I(B) = \underset{V}{(p \to q)} \wedge \underset{V}{(p \to r)} = V$$

$i(p) = V \quad i(q) = i(r) = V \quad i(A) = V \quad , \quad i(B) = V$

en los demás casos
$i(q) = F$ o $i(r) = F$

$$i(A) = i(\underset{V}{p} \to \underset{F}{(q \wedge r)}) = F$$

$$i(B) = i((p \to q) \wedge (p \to r)) = F$$

pues $i(p \to q) = F$ o $i(p \to r) = F$

d) $(\, p \to (q \to r)\,) \to (\,(p \wedge q) \to r\,)$

*) informalmente: es tautología, pues $p \to (q \to r)$ y $p \wedge q \to$ son equivalentes.

*) ¿ $\exists$xiste i tal que $i(A) = F$? $\quad i(A) = F$ sii $i(p \to (q \to r)) = V$ y $i(\, p \wedge q \to r\,) = F \quad \to$

$\to$ sii $i(p \wedge q) = V$ y $i(r) = F \quad \to \quad$ sii $i(p) = i(q) = V$ y $i(r) = F$

Para esta única interpretación (valoración):

$$i(\underset{V}{p} \to (\underset{V}{q} \underset{F}{\to} \underset{F}{r})) = F$$

$\Rightarrow$ no $\exists$xiste $i \mid i(A) = F \quad \Rightarrow \quad$ A es válida (tautología)

e) $(p \to q) \wedge (p \to \neg q)$

*) parece contradicción: de p no se puede deducir al mismo tiempo q y $\neg q$

PERO ojo!!!! si p es falso, i.e. , si no tengo p, la fórmula es V

*) $i(p) = F$ $\to$ $i(A) = i((p \to q) \wedge (p \to \neg q)) = V$

V V

$i(p) = V$ $i(q) = V$ $i(A) = i((p \to q) \wedge (p \to \neg q)) = F$

V F F

$i(q) = F$ $i(A) = i((p \to q) \wedge (p \to \neg q)) = F$

V F

F

*) $\Rightarrow$ es contingente (ni tautología ni contradicción). Comprobación con tabla de verdad:

p	q	$(p \to q) \wedge (p \to \neg q)$
F	V	V
F	F	V
V	V	F
V	F	F

f) $\neg p \vee \neg q \to \neg(p \wedge q)$

*) es tautología, pues con $\leftrightarrow$ es una de las leyes De Morgan.

*) $i(A) = F$ sii $i(\neg p \vee \neg q) = V$ y $i(\neg(p \wedge q)) = F$ sii $i(p \wedge q) = V$ sii $i(p) = i(q) = V$

para esta única interpretación $i(\neg p \vee \neg q) = F$

F F

$\Rightarrow$ no $\exists$xiste $i \mid i(A) = F$

g) $\underbrace{((\neg p \to q) \to (\neg q \to p))}_{A} \;\wedge\; \underbrace{(p \vee q)}_{B}$

*) A es V siempre : $\neg p \to q$ es equivalente a $\neg q \to p$:

(contraposición + doble negación)

*) $B = V$ sii $i(p) = V$ o $i(q) = V$

*) $A \wedge B$ es falsa sii $i(p) = i(q) = F$, en los demás casos es V $\Rightarrow$ contingente

h) $(\neg p \vee q) \to q \wedge (p \leftrightarrow q)$

*) $i(A) = V$ sii $i(\neg p \vee q) = F$ sii $i(p) = V$ y $i(q) = F$

ó

$i(q \wedge (p \leftrightarrow q)) = V$ sii $\begin{array}{c} i(q) = V \\ \text{y} \\ i(p \leftrightarrow q) = V \end{array}$ sii $\begin{array}{c} i(q) = V \\ \text{y} \\ i(p) = V \end{array}$

*) en los otros dos casos, $i(p) = V$ y $i(q) = F$, $i(p) = i(q) = F$, $i(A) = F$

$\Rightarrow$ contingente, ni tautología ni contradicción

i) $\underbrace{(\neg r \to \neg p \wedge \neg q) \vee s}_{A} \;\leftrightarrow\; \underbrace{p \vee q \to r \vee s}_{B}$

*) $2^4 = 16$ interpretaciones (valoraciones)

*) ¿ $i \mid i(B) = F$? $i(B) = F$ sii $\begin{array}{c} i(p \vee q) = V \\ \text{y} \\ i(r \vee s) = F \end{array}$ $\to$ $i(p) = V$ ó $i(q) = V$ y $i(r) = i(s) = F$

$\to$ $i(A) = i(B)$ para esas 3 interpretaciones

*) ¿y las otras 13 interpretaciones?

$i(r) = V$ o $i(s) = V$ $i(B) = i(p \vee q \to \underset{\substack{| \\ V}}{r \vee s}) = V$

$i(r) = V$ $i(A) = i((\underset{\substack{| \\ F}}{\neg r} \underset{\substack{| \\ V}}{\to} \neg p \wedge \neg q) \vee s) = V = i(B)$

$i(s) = V \qquad i(A) = i((\neg r \to \neg p \wedge \neg q) \underset{\substack{| \\ V}}{\vee} s) = V = i(B)$

$\Rightarrow$ es tautología (comprobar con tabla)

j) $\underbrace{p \wedge (q \to r)}_{A} \leftrightarrow \underbrace{(\neg p \vee q) \to (p \wedge r)}_{B}$

*) $i(A) = V$ sii $\begin{matrix} i(p) = V \\ y \\ i(q \to r) = F \end{matrix}$ sii $\begin{matrix} i(p) = V \\ y \\ i(q) = F \text{ o } i(r) = V \end{matrix}$

$\to$ 3 valoraciones

p	q	r
V	F	V
V	F	F
V	V	V

*) $i(B) = V$ sii $\begin{matrix} i(\neg p \vee q) = F \\ o \\ i(p \wedge r) = V \end{matrix}$ sii $\begin{matrix} i(p) = V \text{ y } i(q) = F \\ o \\ i(p) = V = i(r) \end{matrix}$

$\to$ mismas 3 valoraciones

p	q	r
V	F	V
V	F	F
V	V	V

$\Rightarrow$ tautología

Siendo A, B, C y D fórmulas bien formadas cualesquiera, decir para cada una de ellas si es válida, contingente, contradicción o no es posible saber con certeza qué es, a partir de la información disponible sobre ellas:

	información disponible
$A \wedge \neg B$	A y B tienen los mismos modelos
$C \vee B \to C \wedge A$	B es insatisfacible, C es satisfacible
$A \to B \wedge \neg A$	A es satisfacible
$A \to (B \to A \wedge B)$	B es válida
$\neg(A \vee \neg B) \to (C \to \neg B)$	B es válida, A y C tienen los mismos modelos
$(\neg A \to B) \wedge (A \to \neg A)$	A es válida, B es insatisfacible
$A \wedge (C \to B \vee \neg A)$	los modelos de A son los contramodelos de C
$C \vee A \to B \wedge \neg A$	B y C tienen los mismos modelos

	información disponible	
$A \wedge \neg B$	A y B tienen los mismos modelos	CONTRADICCIÓN
$C \vee B \to C \wedge A$	B es insatisfacible, C es satisfacible	INFORMACIÓN INSUFICIENTE
$A \to B \wedge \neg A$	A es satisfacible	CONTINGENTE
$A \to (B \to A \wedge B)$	B es válida	VÁLIDA
$\neg(A \vee \neg B) \to (C \to \neg B)$	B es válida, A y C tienen los mismos modelos	VÁLIDA
$(\neg A \to B) \wedge (A \to \neg A)$	A es válida, B es insatisfacible	CONTRADICCIÓN
$A \wedge (C \to B \vee \neg A)$	los modelos de A son los contramodelos de C	CONTINGENTE
$C \vee A \to B \wedge \neg A$	B y C tienen los mismos modelos	INFORMACIÓN INSUFICIENTE

Demostrar con medios semánticos que el siguiente razonamiento no es correcto. Indicar de forma explícita y completa: (1) los pasos principales del procedimiento y (2) el resultado final obtenido.

$$\{\ p \rightarrow q\ ,\ r \rightarrow s\ ,\ \neg q \vee (r \wedge s)\ ,\ t \wedge s\ \} \vDash r \wedge t \rightarrow \neg p$$

$\{A_1, A_2, A_3, A_4\} \vDash B$

A_1: $p \rightarrow q$

A_2: $r \rightarrow s$

A_3: $\neg q \vee (r \wedge s)$

A_4: $t \wedge s$

B: $r \wedge t \rightarrow \neg p$

Buscamos una interpretación que a la vez sea modelo de $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ y contramodelo de B.

1. En los contramodelos de B, $I(r \wedge t \rightarrow \neg p)=F$.

Eso requiere que $I(r \wedge t)=V$, y que $I(\neg p)=F$

Lo primero implica que **I(r)=V** e **I(t)=V**. Lo segundo implica que **I(p)=V**.

2. ¿Hay modelos de $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ en los cuales I(r)=V, I(t)=V y I(p)=V?

2.1) A_1. Como asumimos I(p)=V, necesitamos que **I(q)=V**

2.2) A_2. Como asumimos I(r)=V, necesitamos que **I(s)=V**

2.3) A_3. Como hemos requerido que I(r)=V y que I(s)=V es verdadera, A_3 es V.

2.4) A_4. Como asumimos I(t)=V y I(s)=V, A_4 es V

Es decir, la interpretación I(p)=V, I(q)=V, I(r)=V, I(s)=V y I(t)=V es modelo de $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ pero contramodelo de B.

Por tanto **no existe relación de consecuencia lógica.**

Demostrar **con medios semánticos** que no se cumple la siguiente relación de consecuencia lógica. Indicar de forma explícita y completa: (1) los pasos principales del procedimiento y (2) el resultado final obtenido.

$$\{ q \land r \rightarrow \neg p \ , \ \neg(\neg r \rightarrow s \land t) \ , \ \neg p \leftrightarrow (\neg r \land q) \ \} \ \vDash \ s \rightarrow p$$

- *Recordatorio*: Un argumento con premisas {P1,..., Pn} y conclusión C es correcto sii [P1,..., Pn] ⊨ C (es decir, existe relación de consecuencia lógica entre las premisas y la conclusión)

Sea el argumento $\{ q \land r \rightarrow \neg p , \neg (\neg r \rightarrow s \land t) , \neg p \leftrightarrow (\neg r \land q) \} \vDash s \rightarrow p$, donde:

P1: $q \land r \rightarrow \neg p$

P2: $\neg (\neg r \rightarrow s \land t)$

P3: $\neg p \leftrightarrow (\neg r \land q)$

C: $s \rightarrow p$

Se trata de demostrar que no se cumple la relación de consecuencia lógica.

Por tanto, tratamos de definir un contramodelo del argumento. Es decir, buscamos interpretación i tal que

$i(C) = F \ \land \ i(Pj) = V \quad j = 1,2,3$

- $i(C) = i(s \rightarrow p) = F$ sii **$i(s) = V$** y **$i(p) = F$**

- $i(P3) = i(\neg p \leftrightarrow (\neg r \land q)) = V$ sii $i(\neg p) = i(\neg r \land q) = V$ ó $i(\neg p) = i(\neg r \land q) = F$

  como $i(p) = F$, entonces $i(\neg p) = V$, entonces $i(\neg r \land q) = V$

  $i(\neg r \land q) = V$ sii $i(\neg r) = V$ (**$i(r) = F$**) y **$i(q) = V$**

- $i(P1) = i(q \land r \rightarrow \neg p) = V$ se cumple porque $i(q \land r) = F$ y $i(\neg p) = V$

- $i(P2) = i(\neg (\neg r \rightarrow s \land t)) = V$ sii $i(\neg r \rightarrow s \land t) = F$ sii $i(\neg r) = V$ (que ya se cumple) y

  $i(s \land t) = F$ sii **$i(t) = F$**

En este caso, sí es posible definir un contramodelo del argumento:

$i(s) = V$ **$i(p) = F$** **$i(r) = F$** **$i(q) = V$** **$i(t) = F$**

Como conclusión, el argumento no es correcto, es decir, **no hay relación de consecuencia lógica**

Determinar la corrección del siguiente argumento.

Se sabe que

1. Los animales con pelo o que dan leche son mamíferos.
2. Los mamíferos que tienen pezuñas o que rumian son ungulados.
3. Los ungulados de cuello largo son jirafas.
4. Los ungulados con rayas negras son cebras.

Se observa un animal que tiene pelos, pezuñas y rayas negras. Por consiguiente, se concluye que el animal es una cebra.

---

*) Formalización:

x es animal con pelo:	pl		
x da leche	lc	1 –	$pl \vee lc \to m$
x es mamífero	m		
x tiene pezuñas	pz		
x rumia	r	2 -	$m \wedge (pz \vee r) \to u$
x es ungulado	u		
x tiene cuello largo	lg		
x es jirafa	j	3 –	$u \wedge lg \to j$
x tiene rayas negras	n		
x es cebra	c	4 -	$u \wedge n \to c$

conclusión: $pl \wedge pz \wedge n \to c$

*) ¿Es consecuencia lógica? $\{ 1, 2, 3, 4 \} \models pl \wedge pz \wedge n \to c$???

- $2^{10} = 32.32 = 1024$ valoraciones
- utilizamos la forma negada de consecuencia lógica:

$\Gamma \not\models B \iff$ existe i tal que $i(A_i) = V$ para todo $A_i \in \Gamma \wedge i(B) = F$

- sea i interpretación tal que $i(pl \wedge pz \wedge n \rightarrow c) = F$ $\longrightarrow$ $\boxed{i(pl) = i(pz) = i(n) = V \quad y \quad i(c) = F}$

- para estas interpretaciones ($2^6 = 64$) ¿cómo son A1, A2, A3, A4? , ¿existe i tal que $i(Aj) = V$ $j = 1 \ldots 4$?

$A1 \equiv pl \vee lc \rightarrow m$ $\qquad i(A1) = V$

$i(pl) = V \qquad i(pl \vee lc) = V \longrightarrow \boxed{i(m) = V}$

$A4 \equiv u \wedge n \rightarrow c$ $\qquad i(A4) = V$

$i(n) = V \qquad i(c) = F \longrightarrow \boxed{i(u) = F}$

$A2 \equiv m \wedge (pz \vee r) \rightarrow u$ $\qquad i(A2) = V$

$i(u) = F \qquad i(m \wedge (pz \vee r)) = F$

$i(m) = V \qquad i(pz \vee r) = F$

$i(pz) = V$ ¡¡¡¡¡¡

NO existe interpretación que haga F la conclusión y V todas las premisas

$\Rightarrow$ SÍ es consecuencia lógica $\Rightarrow$ El argumento es correcto

*) Comprobación con deducción natural:

1 - $pl \lor lc \to m$

2 - $m \land (pz \lor r) \to u$

3 - $u \land lg \to j$

4 - $u \land n \to c$

5 - $pl \land pz \land n$

6- $\neg c$

7- $\neg (u \land n)$

8 - $\neg u \lor \neg n$

9 - n

10 - $\neg u$

11 - $\neg (m \land (pz \lor r))$

12 - $\neg m \lor \neg (pz \lor r)$

13 - $\neg m \lor (\neg pz \land \neg r)$

14 - $(\neg m \lor \neg pz) \land (\neg m \lor \neg r)$

15 - $\neg m \lor \neg pz$

16 - pz

17 - $\neg m$

18 - $\neg (pl \lor lc)$

19 - $\neg pl \land \neg lc$

20 - $\neg pl$

21 - pl

22- $\neg \neg c$

23 - c

24 - $pl \land pz \land n \to c$

En un texto de Lewis Carroll, el tío Joe y el tío Jim discuten acerca de la barbería del pueblo, atendida por tres barberos: Allen, Brown y Carr. Los dos tíos aceptan las siguientes premisas:

- *Si Carr no está en la barbería, entonces ocurrirá que si tampoco está Allen, Brown tendrá que estar para atender el establecimiento.*
- *Si Allen no está, tampoco estará Brown.*

El tío Joe concluye de todo esto que Carr no puede estar ausente, mientras que el tío Jim afirma que sólo puede concluirse que Carr y Allen no pueden estar ausentes a la vez.

Formalizar el razonamiento y analizar quién de los dos tiene razón.

---

*) <u>Formalización</u>:

1 - $\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$

2 - $\neg A \rightarrow \neg B$

Joe - $\neg(\neg C)$

Jim - $\neg(\neg C \wedge \neg A)$

*) <u>Fórmulas equivalentes</u>:

1 - $\neg C \rightarrow (\neg\neg A \vee B) \equiv \neg C \rightarrow (A \vee B) \equiv C \vee (A \vee B)$

2 - $A \vee \neg B$

Joe - C

Jim - $A \vee C$

*) <u>¿ Joe tiene razón ?</u> $\equiv$ ¿ $\{ 1,2\} \models$ Joe ? $\equiv$ ¿ $\{ \underbrace{A \vee B \vee C}_{1} , \underbrace{A \vee \neg B}_{2} \} \models C$

buscamos interpretación i tal que $i(1) = i(2) = V$ y $i(C) = F$

SÍ existe interpretación en estas condiciones: $i(A) = V$ y $i(C) = F$, ($i(B)$ cualquiera)

$\Rightarrow \{ 1,2\} \not\models$ Joe $\Rightarrow$ $\boxed{\text{El tío Joe no tiene razón}}$

*) <u>¿ Jim tiene razón ?</u> $\equiv$ ¿ { 1,2} $\models$ Jim ? $\equiv$ ¿ $\{ \underset{1}{A \vee B \vee C}, \underset{2}{A \vee \neg B)} \} \models A \vee C$?

buscamos interpretación i tal que $i(1) = i(2) = V$ y $i(A \vee C) = F$

$i(A \vee C) = F$ $i(A) = F$ y $i(C) = F$

$i(2) = V$ con $i(A) = F$ y $i(C) = F$ $i(B) = V$

y entonces $i(2) = i(A \vee \neg B) = F$

NO existe interpretación en esa condiciones

$\Rightarrow$ $\{ 1,2\} \models$ Jim $\Rightarrow$ $\boxed{\text{El tío Jim tiene razón}}$

Demostrar con medios semánticos, justificando adecuadamente los pasos dados y el resultado obtenido, lo siguiente:

a) Que SÍ se verifica la relación de consecuencia lógica en el siguiente razonamiento:

$$\{ p \vee (r \rightarrow \neg q) , (s \wedge t) \leftrightarrow \neg q \} \vDash \neg s \vee \neg t \rightarrow p \vee \neg r$$

b) Que deja de haber relación de **consecuencia lógica** si se quita cualquiera de las premisas (demostrarlo quitando la primera premisa y volver a demostrarlo quitando la segunda).

Examen julio 2017

P1 es la primera premisa

P2 es la segunda premisa

C es la conclusión

(a) Buscamos una interpretación i que sea un contraejemplo, y vamos a ver que dicha i no existe. Para ello, empezamos con las condiciones derivadas de C porque son las más restrictivas (las que "cortan" más caminos).

(1) I(C) = f si y sólo si i(¬s ∨ ¬t) = v (*) y también, a la vez, i(p)=f e i(r)=v (**)
(2) Si i(p)=f, entonces, para que P1 sea verdadero, la implicación tiene que ser verdadera, y esto pasa si y sólo si i(r)=f o bien i(q)=f. i(r)=f no puede ser porque se contradice con (**); por lo tanto, tiene que darse i(q)=f.
(3) P2, junto con i(q)=f, nos dice que i(s ∧ t) = v. Esto se da si i(s)=t y también i(t)=v.
(4) Pero esto último contradice (*) ya que, para que (*) se dé, tiene que ser que i(¬s)=v (es decir, i(s)=f) o bien i(¬t)=v (es decir, i(t)=f). Observar que cada una de estas opciones es contradictoria con lo deducido en el paso (3) termina la demostración.

(b) (quitando la primera premisa)

Quitando la primera premisa obtenemos el razonamiento

$$\{ (s \wedge t) \Leftrightarrow \neg q \} \vDash \neg s \vee \neg t \Rightarrow p \vee \neg r$$

que no es correcto:

(1) Las condiciones impuestas por C son las mismas de antes
(2) P2 dice que o bien i(s)=v, i(t)=v e i(q)=f se dan a la vez, o bien se da i(q)=v y al menos una entre i(s)=f e i(t)=f
(3) Coger i tal que i(s)=v, i(t)=f es compatible con las condiciones del paso (1) y también con las del paso (2) (segunda opción).
(4) Por tanto, la interpretación i tal que i(p)=f, i(q)=v (por haber elegido la segunda opción en el paso (3)), i(r)=v, i(s)=v e i(t)=f es un contrejemplo que demuestra que el razonamiento NO es correcto.

(b) (quitando la segunda premisa)

El razonamiento que queda es

$$\{ \ p \vee (r \Rightarrow \neg q) \ \} \ \vDash \ \neg s \vee \neg t \Rightarrow p \vee \neg r$$

(1) Siguen las condiciones dictadas por C
(2) Al tener la condición i(p)=f, la primera parte de P1 es falsa; por tanto, deberá ser verdadera la segunda, es decir, i(r)=f o bien i(q)=f; el primero de los dos es compatible con las condiciones del punto (1), y el segundo también porque C no contiene q
(3) Por tanto no hay contradicción y la interpretación i tal que i(p)=f, i(q)=f, i(r)=f, i(s)=f e i(t)=f es una de las interpretaciones que demuestran que el razonamiento NO es correcto.